

## MATEMÁTICAS NM

### Bandas de calificación de la asignatura

#### Nivel Medio

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 - 15	16 - 30	31 - 45	46 - 56	57 - 68	69 - 80	81 - 100

### Evaluación interna

#### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 - 7	8 - 13	14 - 19	20 - 23	24 - 28	29 - 33	34 - 40

### Ámbito y adecuación del trabajo entregado

La inmensa mayoría de los colegios eligió tareas del conjunto de tareas nuevas ofrecidas por el BI. Las tareas sobre binomios matriciales y el índice de masa corporal resultaron ser las más populares. Algunos colegios presentaron tareas tomadas del *Material de apoyo al profesor* (TSM) correspondiente al programa anterior y fueron consecuentemente penalizados. Una vez más se aconseja a los colegios que se mantengan informados sobre las últimas novedades y que se aseguren de estar usando el material adecuado para el trabajo de Evaluación Interna. El *Centro pedagógico en línea* (CPeL) y las *Notas para el coordinador del programa de diploma* son buenas fuentes de información acerca de actualizaciones.

Fue gratificante comprobar que hubo muy pocas carpetas incompletas. A medida que los profesores adquieran confianza con las tareas provistas por el BI, se espera que lleguen a desarrollar sus propias tareas. Esto permitiría que los profesores aborden con mayor provecho los temas estudiados en sus aulas con sus alumnos, aumentando así la efectividad del ejercicio en su totalidad, como herramienta tanto pedagógica como de evaluación.

### Desempeño de los alumnos con relación a cada criterio

Resultó sorprendente observar que se sigue utilizando, incorrectamente, notación de computadora y calculadora, a pesar de la cantidad de recomendaciones al respecto que ha habido en informes de asignatura anteriores. Prestándole la debida atención a la notación, debería ser cuestión de rutina alcanzar el nivel A2.

La comunicación ha mejorado, especialmente en lo que se refiere a las gráficas. Los alumnos están haciendo un uso eficaz de los programas graficadores y están aprendiendo a rotular correctamente las gráficas. En términos generales, la calidad de la comunicación ha mejorado hasta llegar al nivel esperado para una presentación matemática. Hubo pocos casos en los que se había tomado el trabajo como un conjunto de respuestas a ejercicios de deberes, siguiendo un estilo de “pregunta y respuesta”. Debería observarse que este estilo muy probablemente le impida al alumno alcanzar los niveles más altos.

En las tareas de Tipo I, resultaron frecuentes las puntuaciones de C3 y C4, aunque sigue siendo difícil para los alumnos alcanzar el nivel más alto. Una vez que han desarrollado una proposición general, los alumnos deben utilizar una cantidad de ejemplos adicionales (p. ej. más valores de  $n$ ) y comprobar que el patrón de comportamiento matemático que se está considerando sigue llevando al mismo resultado que el predicho por la proposición general. A esto se refiere la validación en C5. En el criterio D, Tipo I, el nivel más alto también sigue resultando difícil de alcanzar para muchos. En el nivel D4, los profesores deberían indicarle claramente al moderador qué es lo que esperan en materia de alcance y limitaciones. Por ejemplo, ¿deberían los alumnos tomar  $M^{-1}$  como equivalente a  $M^{-1}$ ”? Para llegar al nivel D5, debe presentarse una explicación informal con alguna base matemática. Se recuerda a los profesores que una explicación **formal** es suficiente para alcanzar los niveles C5, D4 y D5.

En las tareas de Tipo II, hubo menos casos de alumnos que usaran una herramienta de regresión para desarrollar sus funciones modelo. Sin embargo, la calidad del análisis fue muy variada. Es importante que se explique claramente el desarrollo de la función modelo, utilizando métodos matemáticos apropiados. Para llegar al nivel C4, el modelo propuesto debe ser comparado con los datos reales y modificado, según resulte necesario, para lograr un mejor ajuste. La comparación debe ser de naturaleza sustancial (es decir, más elaborada que “se ajusta bien”) pero no necesita ser cuantitativa. Aplicar el modelo a nuevos datos requiere la comparación de la gráfica del modelo inicial con los datos nuevos, y la introducción de las modificaciones apropiadas. El énfasis está puesto en utilizar el modelo desarrollado, más que en generar de cero un modelo nuevo, como optan por hacer muchos alumnos.

El criterio D enfatiza la interpretación contextualizada del modelo, con la atención debida al grado de precisión y a la razonabilidad. A menudo los alumnos se involucraron demasiado en el aspecto matemático, e ignoraron o minimizaron el contexto.

El uso de la tecnología ha mejorado, a medida que mejora el acceso a recursos de calidad creciente. De todas maneras, los alumnos que tienen acceso limitado a la tecnología deberían poder alcanzar el nivel E3, si aplican la tecnología de una forma creativa que realmente enriquece la presentación del trabajo. En efecto, una mayor cantidad de gráficas no hace que el trabajo sea mejor, pero si esas gráficas se usan de manera efectiva para mostrar la evolución de una función a medida que se ajusta al conjunto de datos, entonces el nivel E3 puede ser el indicado. Se debería prevenir a los alumnos acerca del uso de *software* o aplicaciones que no entienden del todo. Hasta debería evitarse el uso de  $\chi^2$  a menos que el alumno comprenda su significado. Como ya hemos dicho, la comparación del ajuste no necesita ser cuantitativa. También puede usarse con efectividad la tecnología para explorar el alcance y las limitaciones con valores no enteros o irracionales. Sin embargo, los alumnos

deberían aprender que un mensaje de “ERROR” en la calculadora no necesariamente constituye la última palabra sobre la cuestión.

La mayoría de los alumnos resolvió satisfactoriamente muchas partes de las tareas. Por consiguiente el nivel F1 resultó el apropiado para la calidad general del trabajo. Los profesores rara vez utilizaron los niveles F0 y F2 y esto resultó completamente apropiado.

## Recomendaciones para la enseñanza a futuros alumnos

Los profesores deberían informarse a fondo acerca de los requerimientos y la evaluación de las tareas de las carpetas. Deberían resolver cada tarea antes de asignarla, a fin de identificar tanto potenciales áreas de dificultad como sus propias expectativas en cuanto a método, profundidad, interpretación contextual, etc. Se puede encontrar información confiable tanto en el CPeL como en los informes de asignatura de años anteriores.

Profesores y alumnos deberían reflexionar con cuidado sobre las expectativas de los niveles más altos de los criterios de evaluación. Una forma útil de explorar y analizar lo que significa cada nivel de los criterios sería la de asignar tareas a modo de práctica, tomadas quizás de ediciones anteriores del *Material de ayuda al profesor* (TSM). Esto es particularmente importante para la validación de una proposición general, el alcance y las limitaciones, las explicaciones, la interpretación crítica de un modelo y los métodos de adaptación de un modelo a una situación nueva.

Aliente a los alumnos a ver el trabajo como una forma de redacción matemática, no simplemente un conjunto de preguntas. La comunicación puede de esta manera organizarse con efectividad, para lograr que el trabajo sea de más fácil lectura.

Debería haber alguna discusión sobre el equilibrio entre el grado de precisión y la razonabilidad en la modelización. Si bien la tecnología puede darnos una precisión de 8 cifras significativas o más, uno debería considerar cuánto mejor resulta esto comparado con 2 o 3 cifras significativas, y cuánto más práctica podría resultar la función si se tomaran valores más simples.

## Comentarios adicionales

Los profesores deben estar al tanto de cuáles tareas están permitidas en cada convocatoria. Esta información tiene amplia distribución a través de los canales de comunicación del BI.

Los profesores deberían asegurarse de entender cómo se aplican los criterios de evaluación en cada tarea. El desarrollo de una clave de resolución, o una matriz de estandarización que explicita los requerimientos de cada nivel de cada criterio, para la tarea, serán de ayuda a la hora de corregir y moderar. El envío de esta clave de resolución o matriz de estandarización, junto con la muestra, es un requerimiento, por lo cual resulta beneficioso para el profesor desarrollar tales elementos.

## Evaluación externa

### Prueba 1

#### Bandas de calificación del componente

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 - 13	14 - 27	28 - 37	38 - 48	49 - 58	59 - 69	70 - 90

#### Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos

- El uso de las leyes de logaritmos y las leyes de exponentes para hallar la inversa de una función
- La resolución de una ecuación trigonométrica que requiere una sustitución a partir de la fórmula de ángulo doble y una ecuación cuadrática
- La determinación de la imagen de un punto luego de aplicar una transformación
- La explicación del uso del criterio de la segunda derivada para comprobar que un punto es un máximo de una función
- La explicación de las condiciones que debe cumplir un punto de inflexión, en relación con la segunda derivada de la función
- El planteo de expresiones para el área, y la evaluación de integrales definidas que involucran más de una función, sin el uso de la tecnología
- La determinación del recorrido de una función dada por medio de su fórmula, cuando incluye asíntotas verticales y/u horizontales
- La determinación de la asíntota de una función dada por medio de su fórmula
- La resolución de problemas sobre la distribución normal a partir de la simetría de la curva
- El manejo algebraico

#### Los niveles de conocimiento, comprensión y capacidad demostrados

Aunque los niveles de conocimiento y comprensión fueron muy variados, un elevado número de alumnos pareció estar preparado para rendir la prueba 1 de Matemáticas NS sin calculadora. Los alumnos dieron muestra de su capacidad principalmente en el uso de fórmulas básicas o en la resolución de problemas sencillos, en particular con relación al producto escalar, a la magnitud de vectores, al desarrollo de derivadas simples o a la inversa de una función polinómica.

En su mayoría, los alumnos mostraron los procedimientos necesarios para fundamentar sus respuestas. Hubo muy pocas pruebas de calidad sobresaliente y, en muchos exámenes, hubo una cantidad de preguntas que quedaron sin resolver.

Los alumnos parecían estar familiarizados con todas las áreas del programa, aunque hubo áreas en las que el rendimiento fue flojo.

Sin la ayuda de la tecnología, las debilidades en el manejo algebraico se hicieron más evidentes.

Los alumnos demostraron buen conocimiento básico de:

- inversa (de una función polinómica) y funciones compuestas
- producto escalar
- integración y diferenciación de funciones **simples**
- cálculo de probabilidades
- ecuación de una recta normal a una gráfica

Los alumnos tuvieron dificultad con los siguientes puntos:

- el desarrollo de argumentos, cuando la pregunta pedía una justificación: no solo cometieron errores conceptuales sino que dieron explicaciones confusas
- en las preguntas del tipo “compruebe que”, comienzan el desarrollo a partir de la respuesta dada, o sea, un desarrollo “en reversa”
- la resolución de una ecuación trigonométrica cuadrática
- hallar la derivada de  $y = p / x^2$ , funciones compuestas y cocientes
- el manejo algebraico, especialmente cuando aparecen expresiones logarítmicas y trigonométricas

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

Las siguientes preguntas fueron bastante bien resueltas por muchos alumnos:

P1, P2, P4a), P8a)b)c), P9 a)i), P10b)

### Pregunta 1: Funciones compuestas, inversa de una función

Esta pregunta fue bien resuelta, generalmente, aunque algunos alumnos piensan que  $e^0$  es igual a 0, perdiendo así un punto. Algunos alumnos invirtieron el orden de la composición. La mayoría halló correctamente la fórmula de la inversa, aun cuando en algunos casos hubo errores al tratar de despejar  $x$  (o  $y$ ). Una respuesta incorrecta, que se obtuvo frecuentemente, fue

$$y = \frac{\sqrt[3]{x-3}}{2}.$$

**Pregunta 2: Producto escalar, perpendicularidad y magnitud**

La mayoría de los alumnos sabía que debía igualar el producto escalar a cero. Un número gratificante halló las dos respuestas para  $q$ , aunque algunos a menudo no dieron ambas soluciones.

**Pregunta 3: Distribución normal**

No todos los alumnos se dieron cuenta de que el problema podía resolverse usando solo la simetría de la curva de la distribución normal y la información dada. Algunos sintieron la necesidad de usar tablas y otros simplemente lo dejaron en blanco.

La mayoría de los alumnos tuvo buen rendimiento en el apartado (a), en el sombreado de la región bajo la curva normal. El rendimiento fue solo moderadamente bueno en los apartados (b) y (c), que requerían comprensión de la simetría de la curva. Muchos alumnos apelaron a las fórmulas o a las tablas en lugar de encarar la pregunta por medio del razonamiento.

**Pregunta 4: Transformación de funciones**

El apartado (a) fue bien resuelto, en general. Los alumnos no tuvieron dificultad alguna para decidir qué transformación había que aplicar a la gráfica, aunque algunos confundieron  $f(-x)$  con  $-f(x)$ .

La resolución del apartado (b) fue en general floja. No pudieron “leer” que la transformación trasladaba la curva 1 unidad hacia la derecha y la estiraba en la dirección del eje y con un factor de  $\frac{1}{2}$ . Se observó, a menudo, que la traslación era identificada, pero en sentido contrario. Además, el estiramiento se aplicaba a ambas coordenadas del punto. Aquellos alumnos que resolvieron incorrectamente el apartado (a) a menudo tuvieron dificultades con el apartado (b) también, lo cual evidencia una dificultad con las transformaciones en general. Sin embargo, también hubo alumnos que resolvieron correctamente el apartado (a) pero no pudieron interpretar el apartado (b). Esto indicaría que les es más sencillo graficar la transformación de toda una función que determinar cómo queda transformado un punto en particular.

**Pregunta 5: Máximos y derivadas**

Los alumnos tuvieron buen rendimiento en el apartado (a). Para (b), una elevada cantidad de alumnos reemplazó en la función en lugar de en la derivada.

La derivada de  $x^2$  fue calculada sin dificultades, pero hubo numerosos inconvenientes con relación a la derivada de  $\frac{p}{x}$ . Hubo varios alumnos que tomaron como variables tanto a  $p$  como a  $x$ ; algunos intentaron usar la regla del cociente y tuvieron dificultades, otros usaron exponentes negativos y no llegaron al resultado correcto.

**Pregunta 6: Ecuación trigonométrica**

Esta pregunta le resultó bastante difícil a la mayoría de los alumnos. Unos cuantos estudiantes obtuvieron algunos puntos por reformular la ecuación mediante el uso de identidades, pero muchos no obtuvieron más puntos después de esto, debido a errores algebraicos. Muchos no reemplazaron por  $\cos 2x$ ; otros realizaron esta sustitución pero luego no hicieron nada más.

Pocos alumnos pudieron llegar a una ecuación correcta en función de  $\cos x$  y muchos de los que sí la obtuvieron no sabían qué hacer con ella. Los alumnos que resolvieron correctamente la ecuación cuadrática resultante generalmente hallaron el único valor correcto para  $x$ , y obtuvieron así la puntuación máxima.

### **Pregunta 7: Logaritmos, exponentes y funciones**

Una pregunta cuya resolución fue muy floja. La mayoría de los alumnos intentó hallar la función inversa de  $f$  y la usó para resolver los apartados (a) y (b). Pocos se dieron cuenta de que no era necesario hallar la función inversa explícita para resolver la pregunta.

Si bien muchos alumnos parecen saber que pueden hallar una función inversa intercambiando  $x$  e  $y$ , muy pocos pudieron efectivamente hallarla correctamente. Casi ninguno se dio cuenta de que si  $f^{-1}(1) = 8$ , entonces  $f(8) = 1$ . Muchos consideraron que se podía sencillamente “cancelar” las letras “log”, y dejar el 2 y el 8.

### **Pregunta 8: Cálculo de probabilidades**

En general, esta pregunta fue muy bien resuelta. Hubo algunos problemas con el cálculo de la probabilidad condicional, para la cual un número considerable de alumnos intentó usar la fórmula en lugar de usar el concepto correspondiente y de analizar el problema. Es el tipo de pregunta que permite determinar si los alumnos tienen claro el concepto.

En el apartado (c), los alumnos pudieron en general explicar en palabras por qué los sucesos eran mutuamente excluyentes, aunque muchos dieron valores incorrectos para  $P(A)$  y  $P(B)$ .

Hubo mucha confusión entre los conceptos de sucesos independientes y sucesos mutuamente excluyentes. En el apartado (d), las explicaciones a menudo se referían a sucesos mutuamente excluyentes.

Quedó claro que los alumnos necesitan practicar más con preguntas como (c) y (d).

Algunos estudiantes equipararon probabilidad con número de elementos, y obtuvieron probabilidades mayores de 1.

### **Pregunta 9: Funciones, máximos, mínimos, derivadas primera y segunda**

Prácticamente todos los alumnos obtuvieron los dos primeros puntos en el apartado (a)(i), aunque fueron menos los que pudieron aplicar correctamente la regla del cociente.

Muchos alumnos pudieron explicar cómo se puede usar la segunda derivada para identificar puntos máximos y de inflexión, pero fueron menos los que pudieron efectivamente demostrarlo con la función dada. Por ejemplo, en (b)(ii) los alumnos a menudo decían simplemente “la segunda derivada no puede ser igual a 0”, pero no lo justificaban ni explicaban por qué esto era cierto.

No hubo demasiados alumnos que pudieran resolver correctamente el apartado (c), y en el (d) aun aquellos que sabían qué era el recorrido tuvieron dificultades para expresar correctamente las inecuaciones.

**Pregunta 10: Tangentes, normales, área bajo la curva, volumen de revolución**

Los apartados (a) y (b) fueron bien resueltos por la mayoría de los alumnos. Si bien unos cuantos alumnos comprendían que debían usarse ambas funciones para hallar el área del apartado (c), muy pocos pudieron efectivamente escribir una expresión correcta para esta área, y esto se debió a que los alumnos no sabían que debían integrar entre 0 y 4 y luego entre 4 y 4,5. En el apartado (d), a algunos alumnos se les pudo otorgar algunos puntos por coherencia (arrastré de error), por plantear la expresión del volumen, pero la mayoría de estas expresiones era incorrecta. Si no planteaban correctamente la expresión correspondiente al área, había escasa chance de que obtuvieran el resultado correcto en el apartado (d).

Entre aquellos alumnos que usaron, en (d), la expresión que habían obtenido en el apartado (c), hubo una cantidad sorprendente que aplicó incorrectamente la propiedad distributiva del exponente con respecto a la suma o la resta.

**Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos**

Como siempre, los profesores deben asegurarse de enseñar el programa completo de este curso. Además, se debe preparar a los alumnos para que vayan más allá de la simple aplicación de fórmulas básicas. Es importante que el trabajo de los alumnos sea prolijo y esté escrito con claridad, para que los examinadores puedan ver lo que han hecho.

Hubo algunas preguntas en este examen que requerían verdadera comprensión de los conceptos estudiados. Esto es bueno, porque los alumnos debían hacer más que simplemente buscar una fórmula en sus cuadernillos de información. Esto, por supuesto, requiere tiempo de enseñanza dedicado a la discusión de conceptos y no simplemente a llegar al resultado correcto de un problema.

La prueba 1, dado que no permite el uso de la calculadora, brinda oportunidades para que los estudiantes demuestren sus habilidades algebraicas; deben mostrar y explicar su procedimiento y esto por lo general resulta problemático.

**Prueba 2 del Nivel Medio****Bandas de calificación del componente**

<b>Calificación final:</b>	1	2	3	4	5	6	7
<b>Puntuaciones:</b>	0 - 13	14 - 27	28 - 42	43 - 53	54 - 63	64 - 74	75 - 90

**Áreas del programa y del examen que resultaron difíciles para los alumnos**

Los alumnos dieron muestras de haber tenido dificultad al responder las preguntas sobre:

- Probabilidades binomiales
- Álgebra matricial
- Independencia en probabilidades
- Áreas entre curvas
- Ecuación vectorial de una recta, incluyendo la elección de vectores correctos para hallar el ángulo entre rectas
- Problemas no rutinarios
- Dar explicaciones fundamentadas en razones matemáticas correctas
- Manejo algebraico más complejo

## Los niveles de conocimiento, comprensión y capacidad demostrados

Los alumnos se mostraron cómodos con los procedimientos simples que evaluaban habilidades básicas, en uno o dos pasos, y con el reemplazo en fórmulas, particularmente las de secuencias/series y vectores. La mayoría de los alumnos parecía estar familiarizada con el contenido del programa evaluado en esta prueba. Sin embargo, cuando se les pedía que se extendieran más allá de la aplicación de las fórmulas relacionadas con un tema, los alumnos a menudo no pudieron encarar el problema.

El uso de la calculadora fue variado. Si bien muchos alumnos pudieron generar las gráficas de funciones y la inversa de una matriz de  $3 \times 3$ , otros no parecían estar abordando la prueba con la calculadora en mente. A menudo, se empleaban métodos algebraicos cuando la calculadora hubiera simplificado el proceso. El uso de métodos menos eficientes les costó a los alumnos un tiempo valioso.

## Puntos fuertes y débiles de los alumnos al abordar las distintas preguntas

### **Pregunta 1: Secuencia aritmética**

La mayoría de los alumnos resolvió correctamente esta pregunta. Aquellos que eligieron resolverla mediante un sistema de ecuaciones a menudo lo hicieron algebraicamente, llevándoles esto a perder bastante tiempo y a veces a cometer errores por descuido. Pocos alumnos aprovecharon las opciones de la calculadora para la resolución de sistemas.

### **Pregunta 2: Derivadas**

Casi todos los alumnos obtuvieron al menos algunos de los puntos correspondientes a esta pregunta. Algunos alumnos más flojos demostraron conocimiento parcial de la regla de la cadena, y se olvidaron de tener en cuenta el coeficiente de  $x$  en sus derivadas. Algunos no sabían cómo usar la regla del producto, a pesar de que está en el cuadernillo de información.

**Pregunta 3: Probabilidad binomial**

La mayoría de los alumnos pudo hallar la media, aplicando diversos métodos. Aunque muchos reconocieron la probabilidad binomial, fueron menos los que pudieron usar la calculadora con efectividad. El apartado (c) resultó problemático en algunos casos, pero la mayoría de los alumnos se dio cuenta de que hacía falta una suma de probabilidades o el complemento. Muchos malinterpretaron el “más de tres”, e incluyeron el tres, y por lo tanto obtuvieron resultados incorrectos. Al sumar las probabilidades individuales, algunos alumnos usaron tres cifras significativas o menos, lo cual llevó a un resultado final incorrecto, producto del redondeo prematuro.

**Pregunta 4: Álgebra matricial**

Los alumnos que sabían cómo trabajar con matrices en sus calculadoras casi siempre obtuvieron correctamente la inversa, y se cometieron muy pocos errores en la transcripción. En el apartado (b), un error común fue el de restar correctamente pero luego multiplicar por la inversa a la derecha en lugar de a la izquierda. Otro error que se vio muy seguido fue el de multiplicar por la inversa antes de restar. Algunos alumnos intentaron realizar los cálculos a mano o con sistemas de ecuaciones, derivando esto en procedimientos muy largos que en general no producían resultados correctos.

**Pregunta 5: Determinación de parámetros de funciones, por medio del cálculo**

Una buena cantidad de alumnos pudo obtener una ecuación, reemplazando el punto 1,3 en la ecuación de la función. No fueron tantos los que supieron hallar la otra ecuación, usando la derivada. Algunos alumnos creyeron necesario hallar la ecuación de la recta tangente, en lugar de darse cuenta de que la información dada, respecto de la tangente, daba la pendiente de la función en ese punto. Si bien pudieron generalmente hallar correctamente esta ecuación, no resultaba pertinente al problema planteado.

**Pregunta 6: Probabilidad de sucesos independientes**

Muchos alumnos confundieron el concepto de sucesos independientes con el de sucesos mutuamente excluyentes, e intentaron equivocadamente utilizar la fórmula  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ . Aquellos que sí reconocieron que  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ , pudieron a menudo hallar la ecuación correcta, pero muchos no pudieron utilizar la calculadora para resolverla. Algunos dieron dos respuestas, sin descartar el valor mayor de 1.

**Pregunta 7: Determinación del coste mínimo**

A pesar de que esta era una pregunta sobre optimización relativamente sencilla, la falta de estructura les causó dificultad a muchos alumnos. Algunos pudieron calcular valores para los costes pero no pudieron crear una función coste algebraica. Aquellos que pudieron crear una función coste en dos variables a menudo no pudieron usar la relación dada por el área para crear una función coste correcta en una sola variable, y consiguientemente no pudieron avanzar más allá de este punto. De los pocos que crearon una función coste correcta, la mayoría igualó la derivada a cero y determinó que el coste mínimo ocurría en  $x = 15$ , lo

cual llevaba a \$420. Si bien este método es correcto y mereció la puntuación máxima, los alumnos parecen no darse cuenta de que el resultado se puede obtener usando la calculadora, sin usar conceptos de análisis.

### **Pregunta 8: Sector y triángulo**

Esta pregunta fue bastante bien resuelta en general, y resultó gratificante observar que los alumnos pudieron desarrollar múltiples métodos para llegar a las respuestas correctas. Muchos alumnos trabajaron cómodamente con las reglas del seno y del coseno en la determinación de los lados de un triángulo. Algunos alumnos eligieron métodos alternativos usando triángulos rectángulos, a menudo con éxito, aunque estos métodos resultaban largos y poco económicos. Algunos, sin necesidad, convirtieron los valores en radianes a grados, lo cual derivó a veces en errores en los cálculos que se podrían haber evitado. A un elevado número de alumnos se le aplicó la penalización por aproximación incorrecta en esta pregunta.

### **Pregunta 9: Parábola y senoide**

Hubo una gran mejoría en las gráficas aproximadas, con respecto a convocatorias anteriores. La mayoría de los alumnos graficó correctamente ambas funciones, pero muchos hicieron caso omiso de las restricciones al dominio. A muchos de los alumnos los apartados (b) y (c) les resultaron accesibles, aunque unos cuantos no supieron hallar el período de la función coseno. El apartado (d) les resultó demasiado difícil a muchos alumnos. Algunos usaron métodos creativos que dividían la región en secciones por arriba y por debajo del eje  $x$ ; si bien esto conduce al resultado correcto, fueron pocos los que lo obtuvieron. Muchos alumnos no pudieron usar con efectividad la calculadora para hallar los puntos de intersección y el área resultante.

### **Pregunta 10: Ecuación vectorial de la recta**

La mayoría de los alumnos resolvió el apartado (a) con facilidad. Para el apartado (b), algunos alumnos afirmaron que el vector era un “punto de partida”, lo cual pierde de vista la idea de que se trata de un vector posición de algún punto perteneciente a la recta. Los apartados (c) y (d) resultaron accesibles para muchos, mientras que para el apartado (e), un número sorprendente de alumnos eligió vectores incorrectos. Pocos alumnos parecían tener una buena comprensión conceptual de la ecuación vectorial de la recta.

## **Recomendaciones y orientación para la enseñanza a futuros alumnos**

Para algunos alumnos, el tiempo disponible para completar la prueba pareció constituir un problema. Al analizar más a fondo el tema, sin embargo, se observa que a menudo los alumnos están eligiendo métodos algebraicos, cuando lo que se pretende es un método más rápido y más eficiente, mediante el uso de la calculadora. Sería bueno que los profesores prepararan a los alumnos para que eligieran la calculadora como método primario en la resolución de ecuaciones y sistemas, el cálculo de probabilidades binomiales, los cálculos con matrices, el cálculo de mínimos y la determinación de áreas entre curvas. Cuanto más

familiarizados se encuentran con estas prácticas, mejor preparados están los alumnos para manejar la restricción sobre el tiempo, en una prueba diseñada con la calculadora en mente. El material de ayuda al profesor referido a la calculadora, preparado por el BI, puede resultarles útil a los profesores.

Como siempre, los profesores deben asegurarse de enseñar todo el programa del curso. Los alumnos deben saber que aun tratándose de la prueba 2, no pueden depender exclusivamente de sus calculadoras; deben igualmente demostrar su propia comprensión, y desde luego, deben chequear que sus respuestas tengan sentido.

Cuando los alumnos se embarcaban en resoluciones algebraicas de los problemas en los que convenía aplicar la tecnología, se hizo evidente que algunos tienen bastante escasa capacidad en lo algebraico. Si bien no se evalúan las manipulaciones algebraicas complejas, los profesores deben seguir subrayando las competencias básicas.

A los alumnos les debería resultar igualmente cómodo trabajar en radianes y en grados. No se pretende que los alumnos conviertan las medidas en radianes a medidas en grados antes de empezar a resolver una pregunta. Este método a menudo lleva a la penalización por aproximación incorrecta, cuando los alumnos usan, en sus resoluciones, las medidas en grados redondeadas.

Los alumnos deberían ser conscientes de que existe una gradación en la dificultad de los problemas dentro de cada sección de la prueba. Por ejemplo, la última pregunta de la sección A es más difícil que la primera de la sección B. Los alumnos deberían distribuir su tiempo sobre esta base.

Dado que la resolución de los problemas carentes de estructura resultó difícil para muchos alumnos, debería dedicarse más tiempo de aprendizaje a este tipo de problema. Una alternativa posible es la de quitarles la estructura a las preguntas de exámenes anteriores cuando se las usa en el aula.